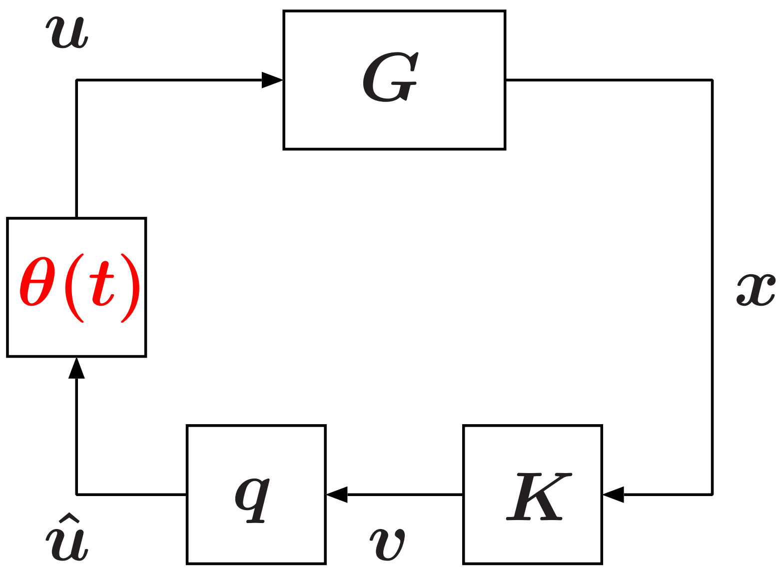
パケットロスを伴う量子化信号による安定化 (KT et al.(2009))

$$G: \quad x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

状態フィードバック $v(k) = Kx(k)$

量子化 $u(k) = q(v(k))$

パケットロス $u(k) = \theta\hat{u}(k)$



パケットロスのモデル

「システム入力側において，確率 α でパケットロスが発生し，入力信号が$u(k) = 0$ となる.」

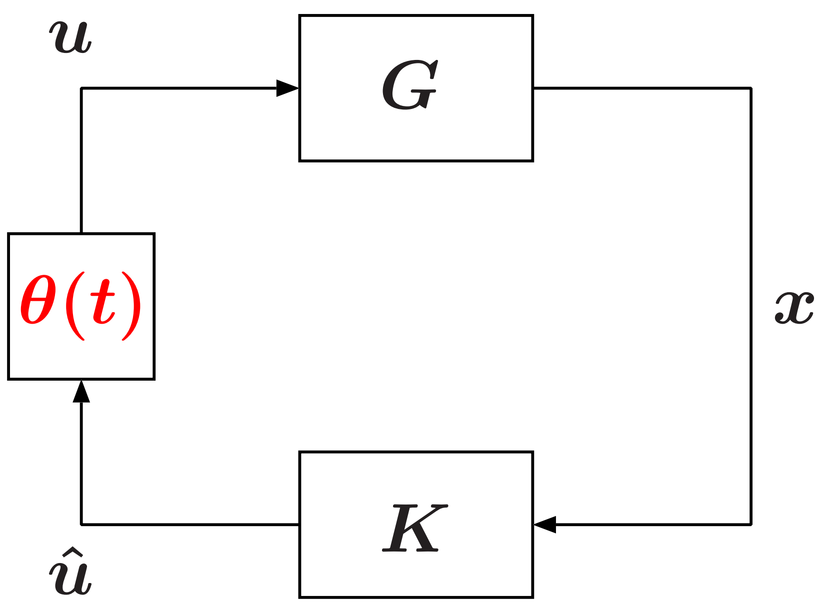
$$\Downarrow$$

$\boldsymbol{\theta(k)}$: 0–1 確率変数

$$\Pr(\boldsymbol{\theta(k)} = i) = \begin{cases} \alpha, & i = 0 \\ 1 - \alpha, & i = 1 \end{cases}$$

$$0 \le \alpha < 1$$

$$x(k+1) = Ax(k) + \boldsymbol{\theta(k)} B\hat{u}(k)$$



安定性

$$\lim_{k\to\infty} \mathsf{E}\left[\|x(k)\|^2 | x_0\right] = 0, \quad \forall x_0$$

$$\Uparrow$$

$$V(x) = x^T P x, \; P > O, \; R > O$$

$$\Delta V(x(k)) := \mathsf{E}[V(x(k+1)) - V(x(k)) | x(k)] < -x^T R x$$

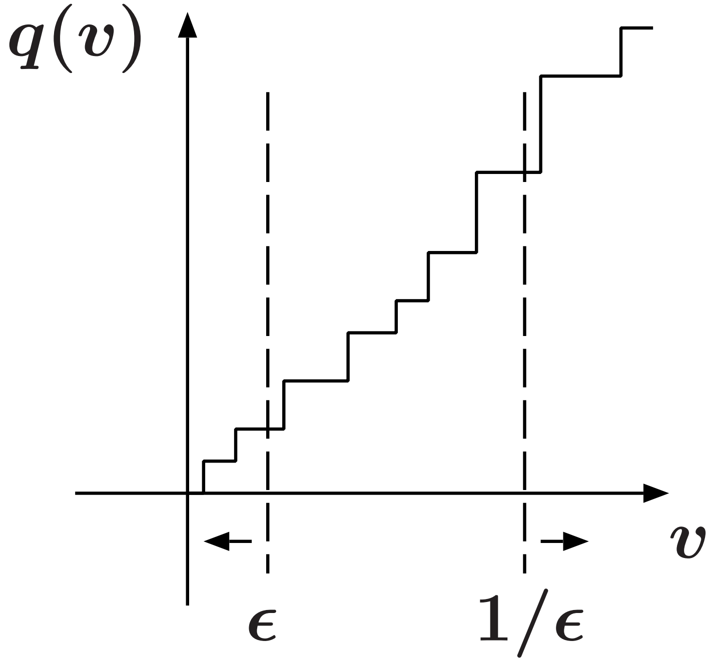
「確率２次安定」

量子化器の粗さ

量子化器 $q(\cdot)$ の量子化密度 η (Elia & Mitter [01]):

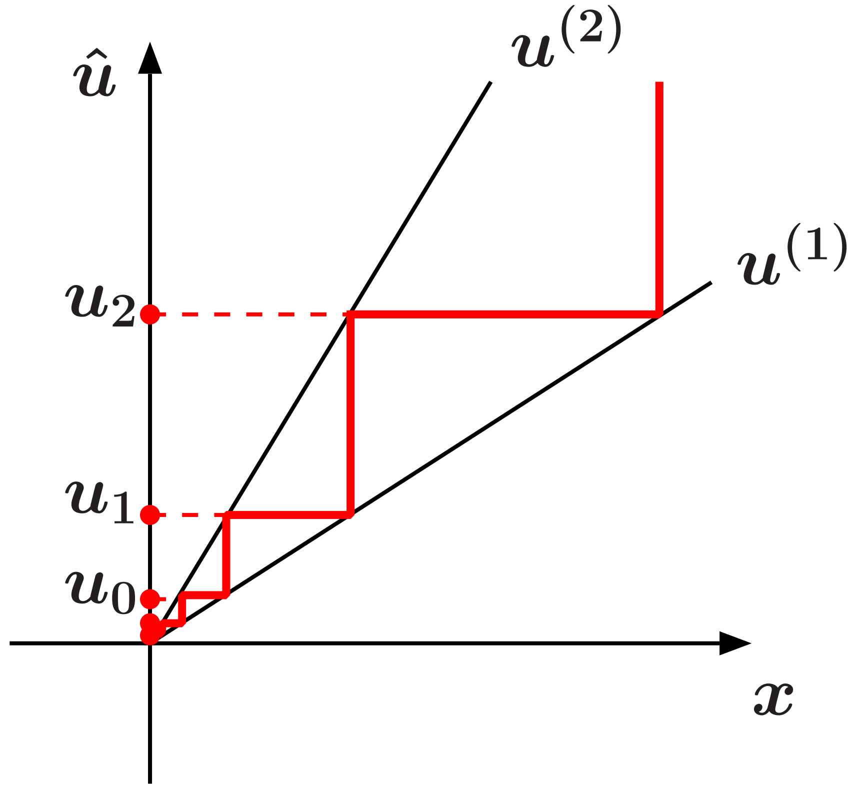
$$\eta = \limsup_{\epsilon \to 0} \frac{\sharp v[\epsilon]}{-\ln \epsilon}$$

$\sharp v[\epsilon]$: 区間 $[\epsilon, 1/\epsilon]$ における量子化区間の数を表す



問題

安定性を達成する最も粗い量子化器 $q_c(\cdot)$ を導出せよ．



logarithmic quantizer

定理 (KT et al.[09])

システム G に対し，確率2次安定化可能な最も粗い量子化器 $q_c(v)$ は以下のように与えられる．

$$q_c(v) = \begin{cases} u_i, & v \in \left(\frac{\rho_{\mathrm{sup}}+1}{2\rho_{\mathrm{sup}}}u_i, \frac{\rho_{\mathrm{sup}}+1}{2}u_i\right], \\ -u_i, & v \in \left[-\frac{\rho_{\mathrm{sup}}+1}{2}u_i, -\frac{\rho_{\mathrm{sup}}+1}{2\rho_{\mathrm{sup}}}u_i\right), \\ 0, & v = 0, \end{cases}$$

$$u_i = \rho_{\mathrm{sup}}^i u_0, \quad u_0 > 0, \quad i \in \mathbb{Z}$$

また ρ_{sup} は以下のように表される．

$$\rho_{\mathrm{sup}} = \frac{\gamma_{\mathrm{inf}}+1}{\gamma_{\mathrm{inf}}-1}, \quad \gamma_{\mathrm{inf}} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\frac{1}{\prod_i |\lambda_i^u|^2} - \alpha}}$$

ここで λ_i^u はシステムの不安定極を表す．

$$\rho_{\sup} = \frac{\gamma_{\inf}+1}{\gamma_{\inf}-1}, \quad \gamma_{\inf} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\frac{1}{\prod_i |\lambda_i^u|^2}-\alpha}}$$