

# 大規模マルチエージェントシステムのシェア争いにおける最適制御点問題

鈴木智充(東京大学), 津村幸治(東京大学)

## 概要

In this paper, we deal with large-scaled multi-agent consensus systems in which some of agents are assumed to be controlled and consider a share competition problem between several players. We assume that each player can choose a set of controlled agents and input control signals in order to make the states of all the agents to its own desired reference state. The reference states of the players are assumed to be different each other, therefore a conflict occurs between the players. Then, a problem for each player is to choose an optimal set of controlled agents in order to make the states of all the agents close to its own reference state as possible. This is essentially a complex optimal combination problem, however, in this paper, we show that the approximated optimal choice can be given by considerably small calculations in a situation where the control inputs are enough small. This result gives a strategy to the players for the share competition and we discuss the relationship between the structure of networks and monopolistic/equally competitive share competitions.

## はじめに

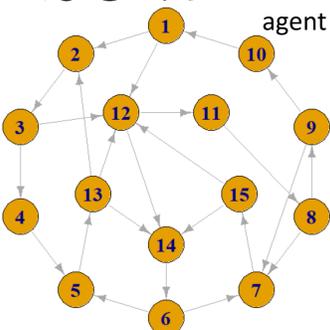


Fig. 1 マルチエージェントシステム

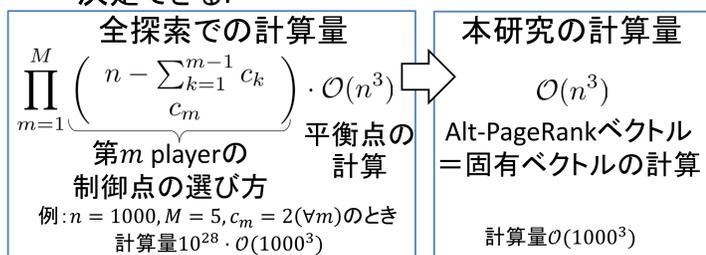
$n$ : 総エージェント数  
 $M$ : 総player数  
 $c_m$ : 第 $m$  playerの  
 選べる制御点数

## 問題

マルチエージェントシステムにおいて複数のplayerがそれぞれ制御点としてagentを選び参照入力を加えることで、システムのシェアを争う。このとき、各playerが最大のシェアを得るために取るべき制御点の選択を求めよ。

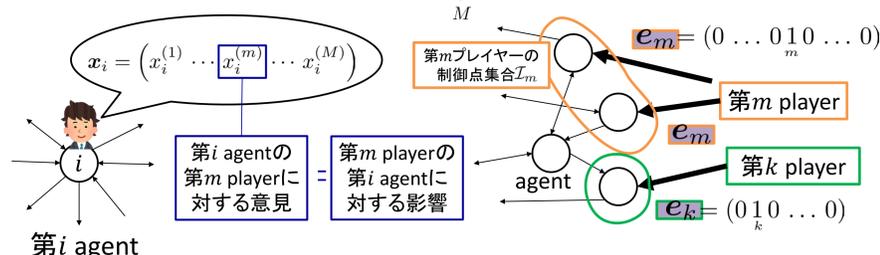
## 本研究の意義

極めて少ない計算量で制御すべきagentを決定できる。



## 定式化

- $n$ 個のagentからなるネットワーク上で、 $M$ 個のplayerがシェアを争う
- 第 $m$  playerは $c_m$ 個のagentを排他的に選ぶ
- 一般性を失うことなく、第 $m$  playerが $m$ 番目に制御点を選ぶ
- 第 $i$  agentは第 $m$  playerに対する意見 $x_i^{(m)}$ を持つ
- 第 $m$  playerの目標値は $e_m = (0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0)$



## agentのダイナミクス

$$\dot{x}_i^{(m)} = \begin{cases} \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N_i} (x_j^{(m)} - x_i^{(m)}) & (i \notin \cup_{m=1}^M \mathcal{I}_m) \\ \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N_i} (x_j^{(m)} - x_i^{(m)}) + \varepsilon_m (1 - x_i^{(m)}) & (i \in \mathcal{I}_m) \\ \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N_i} (x_j^{(m)} - x_i^{(m)}) - \varepsilon_k x_i^{(m)} & (i \in \mathcal{I}_k, k \neq m) \end{cases}$$

$\varepsilon_m$ : 第 $m$  playerの制御ゲイン  
 $\varepsilon_k$ : 第 $k$  playerの制御ゲイン  
 $\varepsilon_m > 0, \varepsilon_k < 0$

## 第 $m$ playerに関する系全体の状態方程式

第 $m$  playerの持つ状態量 $x^{(m)} = (x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_n^{(m)})^T$ について

$$\frac{d}{dt} x^{(m)} = -\tilde{L}_{in} x^{(m)} + \varepsilon_m r_m$$

$\tilde{L}_{in} = \tilde{L} + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \mathcal{I}_m} \varepsilon_m e_i e_i^T$

$r_m = \sum_{i \in \mathcal{I}_m} e_i$

$\tilde{L}$ : 正規化グラフラプラシアン  
 $\varepsilon_m e_i e_i^T$ : 入力考慮したグラフラプラシアン

## 問題

第 $m$  playerの目的: 第 $m$  playerが大きなシェアを獲得する

数式による表現:  $x_i^{(m)}$  が十分大となる  $\iff$   $i$ の個数(agent)が多い  $\iff$  第 $m$  playerのシェアが大きい

これを達成するような制御点の選び方を求める

## 仮定

- ネットワークグラフは強連結
- $\varepsilon_m = \varepsilon, \forall m \iff$  システムに加える制御入力のゲインは全playerで共通
- $0 < \varepsilon \ll 1 \iff$  システムに対して弱い制御しか施せない

## 主結果

定理1 系の極は開左半平面にあり、ある平衡状態において漸近安定である。

系の平衡状態は唯一の平衡点 $\tilde{x}^{(m)} = \varepsilon \tilde{L}_{in}^{-1} r_m$ に一致

定理2 平衡状態 $\tilde{x}^{(m)} = \varepsilon \tilde{L}_{in}^{-1} r_m$ の各成分が最大になるのは、Alt-PageRankベクトルの最大成分に対応するagentから順に制御点として選んだときである。

Alt-PageRank: 正規化グラフラプラシアン $\tilde{L}$ の固有値0に対する左固有ベクトル

$$\tilde{p}^T \tilde{L} = 0^T$$

$\tilde{x}^{(m)}|_{\varepsilon=0} \propto \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_i & \dots & p_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_i & \dots & p_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_1 & p_2 & \dots & p_i & \dots & p_n \end{pmatrix} r_m = \sum_{i \in \mathcal{I}_m} p_i \mathbf{1}$

$p_i$ : 第 $i$  agentのAlt-PageRank  
 $\sum_{i \in \mathcal{I}_m} p_i$ : 選んだ制御点のAlt-PageRankの和が大きいほど状態量 $\tilde{x}^{(m)}$ が大きい

## 考察

- シェア争いにおける各playerの性能指標: スコア $S_m = \sum_{i \in \mathcal{I}_m} p_i$
- playerの目的: シェア大 = スコア $S_m$ 大
- スコア $S_m$ が最大のplayerの状態量 $\tilde{x}^{(m)}$ が最大になる = シェア争いで優勢である
- Alt-PageRank = エッジを反転したグラフのPageRank

Alt-PageRankの評価理念	PageRankの評価理念
・多くのページにリンクする 	・多くのページからリンクされる 
・重要なページにリンクする 	・重要なページからリンクされる 
・厳選されたリンクを送る 	・厳選されたリンクを受け取る 

- 概して、多くのエッジ(リンク)を出しているノード(ページ)はAlt-PageRankの値が高い

## シミュレーション

- Fig. 1に示したグラフのAlt-PageRankの値を右図Fig. 2に示す。Alt-PageRankの値は第12エージェントが最大で次点で第8, 第5エージェント。

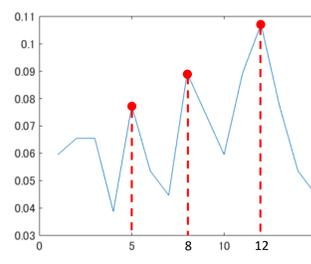


Fig. 2 Fig. 1のAlt-PageRankベクトル

- ともに $n = 1000$ , エッジ数10000で出次数に偏りがあるグラフと偏りの少ないグラフにおけるAlt-PageRankの値をFig. 3およびFig. 4にそれぞれ示す。

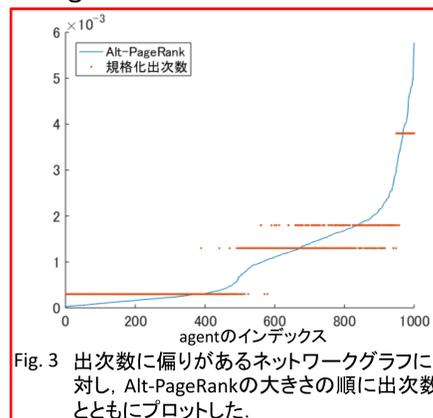


Fig. 3 出次数に偏りがあるネットワークグラフに対し、Alt-PageRankの大きさの順に出次数とともにプロットした。

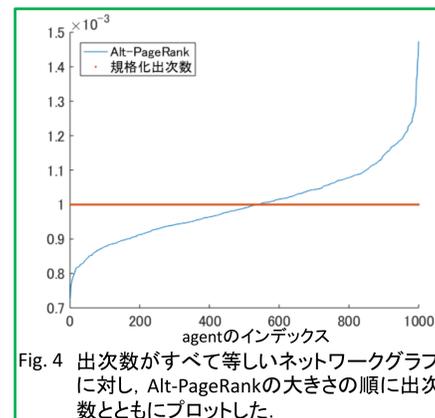


Fig. 4 出次数がすべて等しいネットワークグラフに対し、Alt-PageRankの大きさの順に出次数とともにプロットした。

出次数に偏りがあるとAlt-PageRankの分布にも偏りが生じることがわかる。このようなグラフは少数の高いAlt-PageRankを持つエージェントが存在するため、シェアの独占が生じやすいと考えられる。

## 結論

- マルチエージェントシステムにおけるシェア争いでは、Alt-PageRankの総和が最大になるようにエージェントを選んで制御点とするのが最適な戦略である。提案手法により、全探索する場合と比べて、最適制御点問題を極めて少ない計算量で解くことができる。