

# 不均一なマルチエージェント系におけるリーダー追従のための協調適応制御 — 離散時間系の場合 —

岡嶋 崇\*・津村 幸治\*  
早川 朋久\*\*・石井 秀明\*\*\*

Cooperative Adaptive Control of Heterogeneous Multi-agent Systems for Leader Tracking  
— Discrete-time Case —

Takashi OKAJIMA\*, Koji TSUMURA\*,  
Tomohisa HAYAKAWA\*\* and Hideaki ISHII\*\*\*

In this paper, we study an adaptive leader tracking problem for discrete-time multi-agent systems with uncertain heterogeneous dynamics. The proposed distributed controller consists of two components. One is an adaptive controller which modifies the uncertain heterogeneous dynamics of the agent close to a homogeneous model. The other is an ordinary relative state feedback controller which attains leader tracking if the dynamics are homogeneous. An important feature of our approach is that the states of the agents need not be bounded if some parts of their dynamics are known and homogeneous, which is the case with the velocity-to-position integrator in vehicle formation. By constructing a logarithmic Lyapunov function, we show that state tracking is achieved asymptotically and the error system consisting of state tracking errors and parameter errors is Lyapunov stable. We also present a numerical example to demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

**Key Words:** multi-agent systems, leader tracking, discrete-time systems, adaptive control, Lyapunov stability

## 1. はじめに

近年の通信技術、計算機技術の発展により、多くの動的システム（エージェント）が結合された大規模な系を制御する需要が生じている。そのため、マルチエージェント系（以下：MAS）の分散制御に関する研究が盛んに行なわれている。特に、MASの協調的動作の基本として、各エージェントの状態量（の一部）や出力を一致させる問題が重要である。このような問題は文脈により合意問題、同期問題、リーダー追従問題などと呼ばれ、盛んに研究されている（たとえば文献1）～

8）、およびそれらの参考文献を参照）。その応用例としては、センサネットワーク、ロボットの協調制御、ビークルフォーメーションなどが挙げられる。

従来の研究の多くは各エージェントのダイナミクスが同一である均一（homogeneous）なMASについてなされている。しかし、多くの応用例においては、ダイナミクスは互いに異なるパラメータをもち、しかもそれらは必ずしも同定されていない場合を想定するのがより現実的である。より多くのシステムがネットワークに接続されつつある社会において、幅広い工学的応用を可能にするために、均一でない（heterogeneous）、未知のダイナミクスをもつMASの同期、追従制御問題を考察する必要がある。

貝塚と津村<sup>9)</sup>は連続時間のそのようなMASのリーダー追従を達成するLyapunov安定な協調適応制御系を提案した。その枠組みは、未知プラントをモデルに追従させるモデル規範型適応制御<sup>10),11)</sup>の手法を、ネットワーク上に規範モデルとなる一つのリーダーと複数の未知プラント（フォロワ）が存在する場合へと拡張したものである。その結果にもとづくあるクラスの非線形エージェントへの拡張がSumizakiら<sup>12)</sup>によって報告されている。宮里<sup>13)</sup>は一般の相対次数をもつ線形マルチエージェント系の集中制御による適応フォーメーションを提案した。また、著者ら<sup>14)</sup>は離散時間MASのリーダー追

\* 東京大学大学院情報理工学系研究科 東京都文京区本郷 7-3-1

\*\* 東京工業大学情報理工学系研究科 東京都目黒区大岡山 2-12-1

\*\*\* 東京工業大学大学院総合理工学系研究科  
横浜市緑区長津田町 4259

\* Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

\*\* Graduate School of Information Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo

\*\*\* Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, 4259 Nagatsuta-cho, Midori-ku, Yokohama

(Received February 9, 2012)

(Revised May 11, 2012)

従を達成する協調適応制御系を提案し、対数型 Lyapunov 関数<sup>15)~17)</sup>を用いてその Lyapunov 安定性を示した。

ところがこれまでの、連続時間系<sup>9),12)</sup>、離散時間系<sup>14)</sup>のいずれの協調適応制御手法も、規範モデルとなるリーダーは漸近安定である場合を扱っている。したがって移動を続けるピークルフォーメーションのように、状態の一部が非有界である問題は扱えない。これは近傍のエージェントについて得られた情報を、自己の制御器のパラメータの更新にのみ利用していることが原因である。一方、均一な MAS の同期制御問題<sup>3),5)</sup>では、近傍のエージェントと自己の状態の相対値を用いたフィードバック制御により、ダイナミクスが不安定な場合でも同期が可能であり、また、ダイナミクスが安定である場合にも同期の安定度を向上させることができる。したがって、適応制御器<sup>9),12),14)</sup>と、状態の相対値を用いたフィードバック制御器を併用することで、より広いクラスの問題に対して、より高性能な同期、追従制御が可能になると考えられる。

本論文ではそのような考えにもとづいて、文献14)の協調適応制御手法の拡張を行なう。対象とする系には規範モデルとなる既知のダイナミクスをもつ、リーダーと呼ばれるエージェントが一つ存在する。リーダー以外の各エージェントの制御器は異なる役割をもつ二つの制御器から構成される。一つは未知のダイナミクスをリーダーのそれに近付けることを目的とする適応制御器である。もう一つは状態の相対値を用いたフィードバック制御器<sup>3),5)</sup>であり、すべてのエージェントのダイナミクスがリーダーのそれと等しい均一な MAS の場合に、状態の同期を達成する。提案する協調適応制御器は、状態の一部が非有界となるような場合においても、ダイナミクスの一部が既知で均一であればリーダー追従を達成する。これはピークルフォーメーションにおいて速度までのダイナミクスは均一でなくても、位置は常に速度の積分であるという性質を一般化したものである。また、制御入力、およびそれを決定するための測定、演算の対象となる信号はすべて有界に保たれる。

本論文では、まず適応制御器のパラメータ誤差が Lyapunov 安定であることを示し、つぎに対数型 Lyapunov 関数<sup>15)~17)</sup>を構成することで、提案する制御系により状態追従が漸近的に達成されること、および状態の誤差とパラメータ誤差からなる系が Lyapunov 安定であることを示す。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、2章で未知で不均一なダイナミクスをもつ MAS のリーダー追従問題を定式化する。3章で提案する制御器の構成を述べ、それがリーダー追従を達成することを示す。4章でピークルフォーメーションのシミュレーション結果を示し、最後に5章で結論を述べる。

**記法と定義**  $\mathbb{N}_0$  で非負整数の集合を表わす。  $\mathbb{R}^n$  で  $n$  次元ベクトルの集合を表わす。  $\mathbb{R}^{m \times n}$  で  $m$  行  $n$  列の実行列の集合を表わす。行列  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  と  $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$  のクロネッカー積は

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

で定義される。  $I_n$  で  $n$  次元単位行列を表わし、  $\mathbf{1}_n$  ですべての成分が1の  $n$  次元ベクトルを表わす。  $A^+$  で行列  $A$  の Moore-Penrose 擬逆行列を表わす。  $\ln(\cdot)$  で自然対数関数を、  $\text{tr}(\cdot)$  で行列のトレースを表わす。  $\lambda_{\max}(A)$  ( $\lambda_{\min}(A)$ ) で実対称行列  $A$  の最大 (最小) 固有値を表わす。

**【定義】**<sup>10)</sup> 動的システム  $x(k+1) = f(x(k), k)$  の平衡点 (原点とする) について、任意の  $\epsilon > 0$  に対し、  $\delta(\epsilon) > 0$  が存在し、  $\|x(0)\| < \delta(\epsilon)$  ならば任意の時刻  $k \geq 0$  で  $\|x(k)\| < \epsilon$  を満たし、さらに  $\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \delta(\epsilon) = \infty$  とできるとき、この平衡点は大域的に安定 (globally stable) であるという。

## 2. 問題設定

### 2.1 エージェント間通信のグラフによる表現

本論文では、エージェント間の通信による情報交換の構造を、有向グラフで表現する。有向グラフ  $\mathcal{G}$  は  $\mathcal{G} \triangleq (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  と定義される。ここで、  $\mathcal{V} \triangleq \{1, 2, \dots, N\}$  は  $N$  個の頂点の集合であり、枝集合  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  は頂点の順序付きの組からなる。頂点  $i \in \mathcal{V}$  は  $i$  番目のエージェントを表わし、枝  $(i, j) \in \mathcal{E}$  はエージェント  $i$  がエージェント  $j$  から情報を受信して用いることを表わす。エージェント  $i$  の近傍集合は  $\mathcal{N}_i \triangleq \{j \in \mathcal{V} | (i, j) \in \mathcal{E}\}$  で定義され、エージェント  $i$  へ情報を送信するエージェントの集合を表わす。また、有向グラフの各枝  $(i, j) \in \mathcal{E}$  に正の重み  $w_{ij}$  を対応づけ、隣接行列を  $M = [w_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$  で定義する (ただし  $(i, j) \notin \mathcal{E}$  の場合には  $w_{ij} = 0$  とする)。対角行列  $D \in \mathbb{R}^{N \times N}$  を、その第  $i$  番目の対角成分が  $M$  の第  $i$  行の行和に等しい行列とすると、グラフラプラシアン行列は  $L \triangleq D - M$  と定義される。グラフラプラシアンは行和が0であるので自明な固有値0と対応する固有ベクトル  $\mathbf{1}_N$  をもつ。グラフラプラシアンの固有値は0でなければ実部が正である。また固有値0が単純であるための必要十分条件はグラフが有向全域木をもつことであることが知られている<sup>4)</sup>。

本論文では、他のエージェントが追従すべき規範モデルとなる既知のダイナミクスをもつ、リーダーと呼ばれるエージェントが一つ存在するものとし、その番号を  $l$  ( $\equiv 1$ ) で表わす。リーダー以外の未知のダイナミクスをもつエージェントをフォロワーと呼び、その番号の集合を  $\mathcal{V}_f = \{2, 3, \dots, N\}$  で表わす。各フォロワーの制御器は適応制御器と状態の相対値を用いた線形時不変のフィードバック制御器の二つから構成されるので、以下、それぞれに上付き文字  $\cdot^A$  および  $\cdot^F$  を対応させることにする。それぞれの制御器で用いる情報交換の構造を二つの有向グラフ  $\mathcal{G}^A = (\mathcal{V}, \mathcal{E}^A)$ ,  $\mathcal{G}^F = (\mathcal{V}, \mathcal{E}^F)$  で表わす。それぞれのグラフにおける  $\mathcal{N}_i$ ,  $w_{ij}$ ,  $L$  などにも上付き文字をつけて区別する。

(注意) 本論文では、枝集合  $\mathcal{E}^A, \mathcal{E}^F$  は一般には互いに異なるものとする。  $\mathcal{G}^A, \mathcal{G}^F$  を同一にとることも考えられるが、それぞれのグラフに関して要求される条件 (後で述べる条件1と条件2) や通信すべき情報が異なるので、設計の自由度を高めるため、より一般に二つのグラフを用いることにする。

いずれのグラフにもリーダ  $l = 1$  へ入る枝はないものとする。よって  $L$  の第 1 行は 0 に等しい。  $L$  から第 1 行と第 1 列を取り除いた行列を  $\bar{L}$  と定義すると、つぎの補題が明らかに成り立つ。

[補題 1]  $L$  の固有値は  $\bar{L}$  の固有値と  $\{0\}$  の和集合である。

$\mathcal{G}^A$  はさらに以下の条件を満たすように選ぶものとする。

- [条件 1] 1. エージェント  $i, j$  が共にフォロワで  $(i, j) \in \mathcal{E}^A$  ならば  $(j, i) \in \mathcal{E}^A$  かつ,  $w_{ij}^A = w_{ji}^A$  が成り立つ。  
2.  $\mathcal{G}^A$  はリーダ  $l$  を根とする有向全域木をもつ。

条件 1 は  $\mathcal{G}^A$  にリーダへの枝を付け加えれば連結な無向グラフになることを意味する。このとき,  $L^A$  の 0 固有値は単純であり, かつ  $\bar{L}^A$  は対称行列であるから, 補題 1 より, つぎの補題が得られる。

[補題 2]  $\bar{L}^A$  は正定対称である。

## 2.2 エージェントのダイナミクス

リーダとフォロワのダイナミクスはそれぞれ以下の(1), (2)式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} x_l(k+1) &= A_l x_l(k) + B r(k), \quad k \in \mathbb{N}_0, \\ x_l(0) &= x_{l0}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= A_i x_i(k) + B u_i(k), \quad k \in \mathbb{N}_0, \\ x_i(0) &= x_{i0}, \quad i \in \mathcal{V}_f \end{aligned} \quad (2)$$

ただし,  $x_l(k), x_i(k) \in \mathbb{R}^n$  はそれぞれリーダとフォロワ  $i$  の状態ベクトル,  $u_i(k) \in \mathbb{R}^m$  はフォロワ  $i$  への制御入力であり,  $n \geq m$  が成り立つとする。  $r(k) \in \mathbb{R}^m$  は有界な参照入力であり, すべてのエージェントで利用可能であるとする。  $A_l \in \mathbb{R}^{n \times n}$  は既知で,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  は既知で列フルランク,  $(A_l, B)$  は可安定であるとする。また, 以下の仮定が成り立つものとする。

[仮定 1] 既知の自然数  $n_1 \leq n$  に対し, 各エージェントの状態を  $x_i(k) = [z_i^T(k), v_i^T(k)]^T$  と分割する。ただし,  $z_i(k) \in \mathbb{R}^{n-n_1}$ ,  $v_i(k) \in \mathbb{R}^{n_1}$  とする。このとき以下が成り立つ。

1.  $i \in \mathcal{V}$  について行列  $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  を  $A_{1,i} \in \mathbb{R}^{n_1 \times (n-n_1)}$ ,  $A_{2,i} \in \mathbb{R}^{(n-n_1) \times n_1}$  を用いて

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{1,i} & A_{2,i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

と分割すると, フォロワ  $i \in \mathcal{V}_f$  について  $A_{1,i}$  は既知の行列  $A_{1,l}$  に等しく,  $A_{2,i}$  は未知であるが  $K_i \in \mathbb{R}^{m \times n_1}$  が存在し, 以下のマッチング条件が成り立つ。

$$A_{2,l} = A_{2,i} + B K_i \quad (4)$$

2. リーダの状態の一部  $v_l(k)$  は有界である。すなわち, ある  $\delta > 0$  が存在し, 以下が成り立つ。

$$\|v_l(k)\|_2 < \delta, \quad \forall k \in \mathbb{N}_0 \quad (5)$$

(注意) リーダのダイナミクス(1)は他のエージェントから独立しているため,  $\delta$  の存在, およびその値は  $A_l, B, x_{l0}, r(k)$

のみに依存する。たとえば,  $A_l$  の漸近安定なモードに対応する一般固有空間の張る空間が  $v_l$  の空間を含むならば, 任意の有界な  $r$  に対して  $\delta$  が存在する。

(注意) マッチング条件(4)は未知行列  $K_i$  が仮に既知ならば, フィードバック入力  $K_i v_i(k)$  を加えることにより, 外部から見た各フォロワのダイナミクスをリーダのそれと一致させることができることを意味する。その意味で  $K_i$  をパラメータの真値と呼ぶことにする。マッチング条件が成り立たない場合の問題も重要であり, 将来の研究課題となる。

(注意) 本論文では, 誤差のない漸近的なリーダ追従を制御目標とする。これを  $v_l(k)$  を有界に保つ任意の  $r(k)$  に対して達成するために,  $r(k)$  がすべてのエージェントで利用可能であると仮定する。なお, 文献(18), (19)のように, フォロワにおいては  $r(k)$  の属するクラスのみが既知で,  $r(k)$  の推定値を用いるという問題設定への拡張も考えられる。一方, 参照入力がステップ関数や正弦波など, 既知の線形システムにより生成される信号である場合は, 信号の発生機構とリーダの本来のダイナミクスとを合わせたものを, 新たに(1)式のリーダのダイナミクスととりなすことで, 本論文の枠組みで  $r(k) \equiv 0$  が既知である場合に帰着することもできる。

仮定 1 はフォロワ  $i \in \mathcal{V}_f$  に関する  $A_i$  のすべての成分が未知である  $n_1 = n$  の場合には, ベクトルや行列の分割を伴わない(成分  $z_i(k)$  や  $A_{1,i}$  が無い)形で表わされ, リーダの状態ベクトルのすべての成分が有界であることを課している。しかし,  $A_i$  の一部  $A_{1,i}$  が既知で均一であることがわかっている  $n_1 < n$  の場合には, その知識を活用して  $A_{2,i}$  のみを未知パラメータとして適応制御を行なうことが望ましい。その結果リーダの状態の有界性に関する仮定を, 状態の一部  $v_l(k)$  のみに緩めることができる。一般の  $n_1 \leq n$  のもとで定理を示せば  $n_1 = n$  の場合は系として含まれるので, 本論文では一般的な仮定 1 のもとで議論を進める。

実用的には, 多くの制御問題では状態が非有界となることは機器の破壊などにつながるため, 有界な場合のみ考えれば十分である。しかし, MAS の重要な応用例であるビークルフォーメーションでは, 移動を続けるビークルの位置は非有界として扱うべきと考えられる。仮定 1 は, ビークルフォーメーションにおいて速度から位置への積分器は既知で均一である, というアイデアを一般化したものである。

[例] 仮定 1 を満たすような MAS の例として, つぎのようなビークルフォーメーションの問題が考えられる。直線上を運動する複数のビークルエージェントが, 定められた相対的位置(フォーメーション)を保つことを目的とする。エージェント  $i$  のフォーメーション内の目標位置を  $h_i$ , 時刻  $k$  における位置を  $q_i(k)$ , 速度を  $p_i(k)$  とする。エージェント  $i$  の状態を  $x_i(k) = [q_i(k) - h_i, p_i(k)]^T$  ととり, ダイナミクスは(1), (2)式において

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \alpha_i \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

で与えられるものと近似する。ただし、エージェントによって異なる定数  $0 < \alpha_i < 1$  は粘性による速度の減衰を表すパラメータであり、リーダーの  $\alpha_1$  のみ同定されているものとする。また、状態の第1成分に加えた  $-h_i$  のオフセットはフォーメーション問題を同期問題に帰着させる働きをもつ。リーダーの速度  $p_l(k)$  は有界な  $r(k)$  に対して有界となるので、このMASは  $n_1 = 1$  として仮定1を満たす。この例で  $A_i$  の1列目が既知で均一となった本質的な理由は、位置が速度の積分であることと、入力から速度までのダイナミクスは位置に依存しないとしたことである。

### 2.3 リーダ追従問題

エージェント  $i$  と  $j$  の間の状態の誤差を  $e_{ij}(k) \triangleq x_i(k) - x_j(k)$  と定義すると、リーダー追従問題は以下のように定式化される：MAS (1), (2) が以下の(7)式を満たすような制御器  $u_i(k)$  を設計せよ。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_{il}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} (x_i(k) - x_l(k)) = 0, \quad i \in \mathcal{V}_f \quad (7)$$

(7)式はすべてのフォロワの状態が、リーダーの状態への漸近的追従を達成することを意味する。すべてのフォロワの状態追従誤差からなるベクトル  $e_l(k) \triangleq [e_{2l}^T(k), \dots, e_{Nl}^T(k)]^T \in \mathbb{R}^{(N-1)n}$  を定義すると、(7)式は  $\lim_{k \rightarrow \infty} e_l(k) = 0$  と等価である。

### 2.4 均一なマルチエージェント系の状態同期

エージェントのダイナミクスが均一である場合の状態同期問題については、以下の結果がよく知られている。

共通のゲイン  $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$  を用いて状態の相対値によるエージェント  $i$  へのフィードバック入力  $u_i^F$  を

$$u_i^F(k) = F \sum_{j \in \mathcal{N}_i^F} w_{ij}^F (x_i(k) - x_j(k)) \quad (8)$$

で定義する。ただし、グラフ  $\mathcal{G}^F$  とその重み、ならびに  $F$  はつぎの条件を満たすように選ばれる。

[条件2]  $\mathcal{G}^F$  のグラフラプラシアン  $L^F$  の固有値を  $\lambda_1 = 0, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  とするとき、 $i = 2, \dots, N$  に対して  $A_l + \lambda_i BF$  のすべての固有値の絶対値が1未満である。

(注意)  $A_l$  が不安定で  $(A_l, B)$  が可安定である場合、条件2を満たす  $F$  が存在するかどうかは、 $L^F$  の固有値分布に依存する。特に、 $L^F$  の0固有値が単純であることは、 $F$  の存在のための必要条件であるが、十分条件ではない。本論文では  $F$  の存在、および、設計法についてはこれ以上述べないが、より詳細には文献20)を参照されたい。

条件2のもとで、つぎの補題が得られる。

[補題3] エージェントのダイナミクス(2)において  $A_i = A_l, \forall i \in \mathcal{V}$  が成り立つと仮定する。制御入力を  $u_i(k) = u_i^F(k) + r(k)$  と定めれば状態同期(7)が達成される。

補題3は  $\mathcal{G}^F$  にエージェント1への枝が存在する場合(リーダーが存在しない場合)にも成立することに注意しておく。補題の証明は述べないが文献3)などと本質的に同等である。本論文で考察する、リーダーが存在する場合には

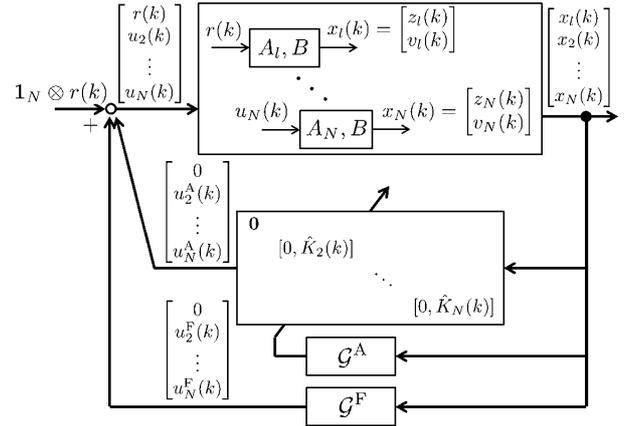


Fig. 1 Structure of the proposed adaptive controller

$$\bar{A} \triangleq I_{N-1} \otimes A_l + \bar{L}^F \otimes BF \quad (9)$$

を定義すると、つぎの補題が成立する。

[補題4] 条件2で考慮する  $(N-1)n$  個の固有値は  $\bar{A}$  の固有値と等しい。

証明は省略する。補題4は条件2が  $\bar{A}$  の漸近安定性と等価であることを意味する。

## 3. 協調適応制御則によるリーダー追従

### 3.1 制御器の構成

フォロワ  $i$  への制御入力を

$$u_i(k) = u_i^A(k) + u_i^F(k) + r(k) \quad (10)$$

で定める。ここで  $r(k)$  は(1)式に現れる参照入力である。 $u_i^F$  は(8)式で定めた相対値によるフィードバック入力であり、条件2を満たすものとする。仮に  $K_i$  が既知ならば  $u_i^A = K_i v_i(k)$  とすることで、補題3よりリーダー追従が達成される。しかし、 $K_i$  は未知パラメータであるから、時刻  $k$  におけるその推定値  $\hat{K}_i(k) \in \mathbb{R}^{m \times n_1}$  で置き換えた適応制御器

$$u_i^A(k) = \hat{K}_i(k) v_i(k) \quad (11)$$

を用いる。 $\hat{K}_i(k)$  の更新則を

$$\begin{aligned} \hat{K}_i(k+1) &= \hat{K}_i(k) - Q_i \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} \left( w_{ij}^A \rho_{ij}(v, k) \tilde{u}_{ij}^A(k) \right) v_i^T(k) \quad (12) \end{aligned}$$

とする。ここで、 $Q_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$  は、 $W_i^A \triangleq \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} w_{ij}^A$  に対して  $W_i^A \lambda_{\max}(Q_i) < 2$  を満たす正定対称行列であり、

$$\rho_{ij}(v, k) \triangleq \frac{1}{c + \|v_i(k)\|_2^2 + \|v_j(k)\|_2^2} \quad (13)$$

$$\tilde{u}_{ij}^A(k) \triangleq B^\dagger (e_{ij}(k+1) - A_l e_{ij}(k)) - (u_i^F(k) - u_j^F(k)) \quad (14)$$

である。 $c$  は任意の正の定数である。それぞれの制御器は局所的な情報にもとづいて分散的に実装することができること

に注意する．閉ループ系のブロック線図を **Fig. 1** に示す．

### 3.2 主結果

本節で述べる定理 1 が本論文の主結果である．

まず，フォロワ  $i$  におけるパラメータ誤差  $\tilde{K}_i(k) \triangleq \hat{K}_i(k) - K_i$  と，それらを集めた行列  $\tilde{K}(k) \triangleq [\tilde{K}_2(k), \dots, \tilde{K}_N(k)] \in \mathbb{R}^{m \times (N-1)n_1}$  を定義する．このとき，つぎの定理が成り立つ．

《定理 1》 MAS (1), (2) と制御器 (8), (10), (11), (12) からなる閉ループ系はリーダ追従 (7) を達成する．また，すべての  $i \in \mathcal{V}$  について，状態の一部  $v_i(k)$  および制御入力  $u_i(k)$  は有界となる．さらに，閉ループ系における，パラメータ誤差の平衡点  $\tilde{K}(k) = 0$ ，および状態の誤差とパラメータ誤差の平衡点  $(e_l(k), \tilde{K}(k)) = (0, 0)$  はともに大域的に安定であり，特に  $e_l(k), \tilde{K}(k)$  は有界である．また，すべての  $i \in \mathcal{V}_f$  について

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{K}_i(k) v_i(k) = 0 \quad (15)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\hat{K}_i(k+1) - \hat{K}_i(k)) = 0 \quad (16)$$

が成り立つ．

### 3.3 定理 1 の証明

本節では定理 1 の証明を行なう．証明中では誤解の恐れがない場合は時刻  $k$  は省略する．

補題 4 より  $\bar{A}$  は漸近安定であるので正の数  $\varepsilon$  と正定行列  $P, R \in \mathbb{R}^{(N-1)n \times (N-1)n}$  を

$$(1 + \varepsilon) \bar{A}^T P \bar{A} - P + R = 0 \quad (17)$$

を満たすように定めることができる．閉ループ系の Lyapunov 関数の候補を，

$$V(e_l, \tilde{K}) \triangleq V_1(e_l) + a V_2(\tilde{K}) \quad (18)$$

と定める．ただし，

$$V_1(e_l) \triangleq \ln(1 + e_l^T P e_l) \quad (19)$$

$$V_2(\tilde{K}) \triangleq \sum_{i=2}^N V_{2,i}(\tilde{K}_i) \quad (20)$$

$$V_{2,i}(\tilde{K}_i) \triangleq \text{tr} [\tilde{K}_i^T Q_i^{-1} \tilde{K}_i] \quad (21)$$

であり， $a$  は後に選ぶ適当な正の定数である．

証明の概略は以下のとおりである．まず，閉ループ系の解軌道において， $V_2(\tilde{K})$  は単調非増加であることを示す (補題 5)．つぎに， $V_1(e_l)$  は単調非増加ではないが，十分大きな  $a$  に対しては  $V(e_l, \tilde{K})$  が単調非増加であることを示す (補題 7)．最後に，これらの事実から定理 1 を証明する．

フォロワ  $i \in \mathcal{V}_f$  に対し，パラメータ誤差により生じる入力の誤差  $\tilde{u}_i^A(k) \triangleq \tilde{K}_i(k) v_i(k)$  を定義すると，(2), (4), (10) 式より， $i \in \mathcal{V}_f$  に対し

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B(\tilde{u}_i^A(k) + u_i^F(k) + r(k)) \quad (22)$$

が成り立つ．また，形式的に  $\tilde{u}_i^A(k) \equiv 0, u_i^F(k) \equiv 0$  を定義すると，(22) 式は  $i = l$  に対しても (1) 式と一致し，成り立つ．

したがって  $i, j \in \mathcal{V}$  に対し

$$\begin{aligned} e_{ij}(k+1) &= A_l e_{ij}(k) + B(\tilde{u}_i^A(k) - \tilde{u}_j^A(k)) \\ &\quad + B(u_i^F(k) - u_j^F(k)) \end{aligned} \quad (23)$$

が成り立つ．これと (14) 式より

$$\tilde{u}_{ij}^A = \tilde{u}_i^A - \tilde{u}_j^A \quad (24)$$

が導かれる． $\hat{K}_i$  の更新則を入手可能な信号から構成するためには (14) 式を使用するが， $\tilde{u}_{ij}^A$  の本質的な定義は (24) 式であると考えることにする．

$\mathcal{G}^A$  におけるリーダからの枝の集合  $\mathcal{E}_i^A \triangleq \{(i, l) \in \mathcal{E}^A\}$  と，条件 1 より存在するならば常に双方向であるフォロワ間の枝の片方のみを集めた集合  $\mathcal{E}_f^A \triangleq \{(i, j) \in \mathcal{E}^A | i, j \in \mathcal{V}_f, i < j\}$  を，それぞれ定義する．また，すべての  $i \in \mathcal{V}_f$  について

$$W_i^A \lambda_{\max}(Q_i) \leq 2 - \kappa \quad (25)$$

を満たす正の定数  $\kappa$  を定めると，つぎの補題が成り立つ．

[補題 5]  $V_2(\tilde{K}(k))$  は時刻  $k$  について単調非増加であり，

$$\begin{aligned} \Delta V_2(k) &\triangleq V_2(\tilde{K}(k+1)) - V_2(\tilde{K}(k)) \\ &\leq - \sum_{(i,j) \in (\mathcal{E}_f^A \cup \mathcal{E}_f^A)} \kappa w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

を満たす．

(証明) (12) 式の両辺から  $K_i$  を減算すると

$$\begin{aligned} \tilde{K}_i(k+1) &= \tilde{K}_i(k) - Q_i \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} w_{ij}^A \rho_{ij}(v, k) \tilde{u}_{ij}^A(k) v_i^T(k) \end{aligned} \quad (27)$$

が得られる．これより， $V_{2,i}(\tilde{K}_i(k))$  の増分は

$$\begin{aligned} \Delta V_{2,i}(k) &\triangleq V_{2,i}(\tilde{K}_i(k+1)) - V_{2,i}(\tilde{K}_i(k)) \\ &= \text{tr} \left[ \left( \tilde{K}_i - Q_i \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_{ij}^A v_i^T \right)^T Q_i^{-1} \right. \\ &\quad \left. \times \left( \tilde{K}_i - Q_i \sum_{h \in \mathcal{N}_i^A} w_{ih}^A \rho_{ih}(v) \tilde{u}_{ih}^A v_i^T \right) \right] \\ &\quad - \text{tr} [\tilde{K}_i^T Q_i^{-1} \tilde{K}_i] \\ &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} \sum_{h \in \mathcal{N}_i^A} v_i^T v_i w_{ij}^A w_{ih}^A \rho_{ij}(v) \rho_{ih}(v) \tilde{u}_{ij}^A Q_i^{-1} \tilde{u}_{ih}^A \\ &\quad - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} 2 w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_i^A Q_i^{-1} \tilde{u}_{ij}^A \end{aligned} \quad (28)$$

となる． $y_1 = \rho_{ij}(v) \tilde{u}_{ij}^A, y_2 = \rho_{ih}(v) \tilde{u}_{ih}^A$  に対して  $y_1^T Q_i y_2 \leq \frac{1}{2}(y_1^T Q_i y_1 + y_2^T Q_i y_2)$  となる不等式評価を用いると

$$\begin{aligned} \Delta V_{2,i}(k) &\leq \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} \left[ -2 w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_i^A Q_i^{-1} \tilde{u}_{ij}^A \right. \\ &\quad \left. + v_i^T v_i W_i^A w_{ij}^A \rho_{ij}^2(v) \tilde{u}_{ij}^A Q_i^{-1} \tilde{u}_{ij}^A \right] \end{aligned}$$

$$\leq \sum_{j \in \mathcal{N}_i^A} \left[ -2w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_i^{\text{AT}} \tilde{u}_{ij}^A + (2 - \kappa) v_i^T v_i w_{ij}^A \rho_{ij}^2(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \right] \quad (29)$$

が導かれる。したがって、 $V_2(\tilde{K}(k))$  の増分は、

$$\begin{aligned} \Delta V_2(k) &= \sum_{i=2}^N \Delta V_{2,i} \\ &\leq \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}^A} \left[ -2w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_i^{\text{AT}} \tilde{u}_{ij}^A + (2 - \kappa) v_i^T v_i w_{ij}^A \rho_{ij}^2(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \right] \\ &= \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}_f^A} \left[ -2w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \tilde{u}_i^{\text{AT}} \tilde{u}_{ij}^A + (2 - \kappa) (v_i^T v_i + v_j^T v_j) w_{ij}^A \rho_{ij}^2(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \right] \\ &\quad + \sum_{(i,l) \in \mathcal{E}_f^A} \left[ -2w_{il}^A \rho_{il}(v) \tilde{u}_i^{\text{AT}} \tilde{u}_i^A + (2 - \kappa) v_i^T v_i w_{il}^A \rho_{il}^2(v) \|\tilde{u}_i^A\|_2^2 \right] \end{aligned} \quad (30)$$

を満たす。ここで、(30)式の導出に(24)式、 $\tilde{u}_i^A \equiv 0$  より  $\tilde{u}_{il}^A = \tilde{u}_i^A$  であること、条件1より  $\mathcal{E}^A$  が

$$\mathcal{E}^A = \mathcal{E}_f^A \cup \mathcal{E}_f^A \cup \left\{ (i, j) \mid (j, i) \in \mathcal{E}_f^A \right\} \quad (31)$$

と直和で表わせ、 $i, j \in \mathcal{V}_f$  ならば  $w_{ij}^A = w_{ji}^A$  であること、また、定義より  $\rho_{ij}(v) = \rho_{ji}(v)$  が成り立つことを用いた。 $(v_i^T v_i + v_j^T v_j) \rho_{ij}(v) < 1$ ,  $v_i^T v_i \rho_{il}(v) < 1$  を用いると(30)式より、

$$\Delta V_2 \leq - \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}_f^A} \kappa w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 - \sum_{(i,l) \in \mathcal{E}_f^A} \kappa w_{il}^A \rho_{il}(v) \|\tilde{u}_i^A\|_2^2 \quad (32)$$

が得られ、再び  $\tilde{u}_{il}^A = \tilde{u}_i^A$  を用いると(26)式が示せる。□

補題5は  $V_2$  が  $\tilde{K}(k)$  に関する Lyapunov 関数になっていることを意味する。

$\bar{B} \triangleq I_{N-1} \otimes B$ ,  $\tilde{u}^A(k) \triangleq (\tilde{u}_2^{\text{AT}}, \dots, \tilde{u}_N^{\text{AT}})^T \in \mathbb{R}^{(N-1)m}$  を定義すると、つぎの補題が成り立つ。

[補題6] 閉ループ系においてリーダーへの状態の追従誤差  $e_l(k)$  のダイナミクスは

$$e_l(k+1) = \bar{A}e_l(k) + \bar{B}\tilde{u}^A(k) \quad (33)$$

と表わせる。また、 $V_1(e_l(k))$  の増分について

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k) &\triangleq V_1(e_l(k+1)) - V_1(e_l(k)) \\ &\leq \frac{-e_l^T Re_l + (1 + 1/\varepsilon)\nu \|\tilde{u}^A\|_2^2}{1 + e_l^T Pe_l} \end{aligned} \quad (34)$$

が成り立つ。ただし、 $\nu \triangleq \lambda_{\max}(\bar{B}^T P \bar{B})$  である。

(証明) (23)式で特に  $j=l$  のとき、フォロワー  $i$  のリーダーへの追従誤差のダイナミクスは

$$e_{il}(k+1) = A_i e_{il}(k) + B(\tilde{u}_i^A(k) + u_i^F(k)) \quad (35)$$

と表わされる。(8)式および  $x_i - x_j = e_{il} - e_{jl}$  に注意して(35)式を  $e_l$  を用いて表わすと(33)式が得られる。これと不等式  $2e_l^T \bar{A}^T P \bar{B} \tilde{u}^A \leq \varepsilon e_l^T \bar{A}^T P \bar{A} e_l + (1/\varepsilon) \tilde{u}^{\text{AT}} \bar{B}^T P \bar{B} \tilde{u}^A$ , および(17)式を用いると

$$\begin{aligned} e_l^T(k+1)Pe_l(k+1) - e_l^T(k)Pe_l(k) &= e_l^T(k+1)(\bar{A}^T P \bar{A} - P)e_l(k) + 2e_l^T \bar{A}^T P \bar{B} \tilde{u}^A + \tilde{u}^{\text{AT}} \bar{B}^T P \bar{B} \tilde{u}^A \\ &\leq -e_l^T Re_l + (1 + \frac{1}{\varepsilon})\nu \|\tilde{u}^A\|_2^2 \end{aligned} \quad (36)$$

が示せる。

$\gamma > -1$  のとき  $\ln(1 + \gamma) \leq \gamma$  なので  $\alpha, \beta > -1$  に対して

$$\ln(1 + \alpha) - \ln(1 + \beta) = \ln\left(1 + \frac{\alpha - \beta}{1 + \beta}\right) \leq \frac{\alpha - \beta}{1 + \beta} \quad (37)$$

が成り立つことを用いると  $V_1(e_l)$  の増分は、

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k) &= \ln(1 + e_l^T(k+1)Pe_l(k+1)) - \ln(1 + e_l^T(k)Pe_l(k)) \\ &\leq \frac{e_l^T(k+1)Pe_l(k+1) - e_l^T(k)Pe_l(k)}{1 + e_l^T(k)Pe_l(k)} \end{aligned} \quad (38)$$

と評価でき、(36)式を用いると(34)式が導かれる。□

(注意)  $V_1(e_l)$  として(19)式 of 自然対数の形ではなく、単に2次形式の形のものを用いるとその増分は(36)式となり、(34)式とは分母の有無が異なる。この分母の存在により、つぎの補題7のように正の定数  $a$  の存在を示すことができる。

[補題7] 正の定数  $a$  を十分大きくとれば  $V(e_l, \tilde{K})$  は時刻  $k$  について単調非増加であり、

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &\triangleq V(e_l(k+1), \tilde{K}(k+1)) - V(e_l(k), \tilde{K}(k)) \\ &\leq \frac{-e_l^T Re_l}{1 + e_l^T Pe_l} \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

が成り立つ。そのような  $a$  の下界の一つは

$$a \geq (1 + \frac{1}{\varepsilon}) \frac{\nu \max\{c + 4\delta^2, 2/\mu\}}{\kappa \lambda_{\min}(\bar{L}^A)} \quad (40)$$

で与えられる。ただし、 $\mu \triangleq \lambda_{\min}(P)$  である。

(証明) まず、(24)式から簡単な計算により、

$$\sum_{(i,j) \in (\mathcal{E}_f^A \cup \mathcal{E}_f^A)} w_{ij}^A \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 = \tilde{u}^{\text{AT}} \bar{L}^A \tilde{u}^A \geq \lambda_{\min}(\bar{L}^A) \|\tilde{u}^A\|_2^2 \quad (41)$$

が示せる。つぎに、 $i \in \mathcal{V}_f$  について  $v_i = v_l + (v_i - v_l)$  より、

$$\|v_i\|_2^2 \leq 2\|v_l\|_2^2 + 2\|v_i - v_l\|_2^2 \leq 2\delta^2 + 2\|e_{il}\|_2^2 \quad (42)$$

が成り立つ。(42)式は  $i=l$  のときにも成り立つ。 $\rho_{ij}(v)$  の定義(13)より、 $i \neq j$  について、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_{ij}(v)} &\leq c + 4\delta^2 + 2(\|e_{il}\|_2^2 + \|e_{jl}\|_2^2) \\ &\leq \max\{c + 4\delta^2, 2/\mu\}(1 + e_l^T Pe_l) \end{aligned} \quad (43)$$

が成り立つ。(40)式の右辺の値を  $a_{\text{LB}}$  と表わすことにすると、

$$\begin{aligned}
& a_{LB} \sum_{(i,j) \in (\mathcal{E}_l^A \cup \mathcal{E}_f^A)} \kappa w_{ij}^A \rho_{ij}(v) \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \\
& \geq \frac{(1+1/\varepsilon)\nu}{(1+e_l^T P e_l) \lambda_{\min}(\bar{L}^A)} \sum_{(i,j) \in (\mathcal{E}_l^A \cup \mathcal{E}_f^A)} w_{ij}^A \|\tilde{u}_{ij}^A\|_2^2 \\
& \geq \frac{(1+1/\varepsilon)\nu \|\tilde{u}^A\|_2^2}{1+e_l^T P e_l} \quad (44)
\end{aligned}$$

が成り立つ。(18)式より  $\Delta V = \Delta V_1 + a\Delta V_2$  であるから、補題 5, 6 より題意が示される。□

以上の補題を用いて定理 1 を証明する。(18)式で定義される  $V(e_l, \tilde{K})$  は  $V(0,0) = 0$  を満たす。また、 $P, Q_i$  が正定対称で、 $a > 0$  であるから  $(e_l, \tilde{K}) \neq (0,0)$  のとき、 $V(e_l, \tilde{K}) > 0$  である。さらに、 $V(e_l, \tilde{K})$  は動径方向に非有界であり、補題 7 より Lyapunov 関数であることが示されたので、解  $(e_l(k), \tilde{K}(k)) \equiv (0,0)$  は大域的に安定であり、特に  $e_l(k), \tilde{K}(k)$  は有界である。同様に補題 5 から解  $\tilde{K}(k) \equiv 0$  が大域的に安定であることも示される。 $e_l(k)$  と  $v_l(k)$  が有界であり、 $v_i(k) - v_l(k)$  は  $e_l(k)$  の成分であるので、すべての  $i \in \mathcal{V}$  について  $v_i(k)$  は有界である。したがって(10)式で定められる制御入力  $u_i(k)$  は有界である。

また、補題 5, 7 より、 $V, V_2$  は単調非増加かつ下に有界であるので収束し、 $\Delta V, \Delta V_2$  は 0 に収束する。したがって(26)、(39)式の最下から 2 行目の右辺も 0 へ収束する。(39)式からは、 $e_l$  が 0 に収束し、リーダー追従(7)が達成されることが示される。(26)式からは、 $v_i$  が有界であることに注意すると、和に現れるすべての  $(i,j)$  について  $\tilde{u}_{ij}^A$  が 0 に収束することが示される。これと更新則(12)から(16)式が示せる。また、 $\mathcal{G}^A$  が全域木をもつことと、 $\tilde{u}_i^A(k) \equiv 0$  からすべての  $i \in \mathcal{V}$  について  $\tilde{u}_i^A(k)$  が 0 に収束すること、すなわち(15)式が示せる。□

### 3.4 定理 1 の解釈

定理 1 は状態の一部  $z_i(k)$  が非有界であるときにも成立し、リーダー追従(7)が達成されることを保証する。その場合においても、制御入力およびそれを決定するための測定、演算の対象となる信号はすべて有界である。特に、 $z_i(k)$  については、制御系はエージェント間の相対値のみを必要とし、さらにそれを有界に保つ性質をもつ。

(15)、(16)式は適応制御器の漸近的な性質を表わす。(15)式は  $u_i^A$  が  $K_i v_i(k)$  に漸進し、十分時間が経過した後はダイナミクスが均一とみなせることを意味する。(16)式は  $\tilde{K}_i(k)$  がほぼ変動しなくなることを意味する。

定理の証明は、状態の誤差とパラメータ誤差  $(e_l(k), \tilde{K}_i(k))$  の Lyapunov 関数(18)にもとづいている。したがって、初期時刻におけるそれらの誤差から、状態誤差の上界を定量的に評価することができる。より具体的には、更新則(12)における  $Q_i$  を一定にとるものとする、(39)式が成り立つような正数  $a$  をより小さくとれるならば、同等のパラメータ誤差から生じ得る状態の誤差がより小さくなる。この観点から、補題 7 で示された下界(40)について考察を二点加える。まず、

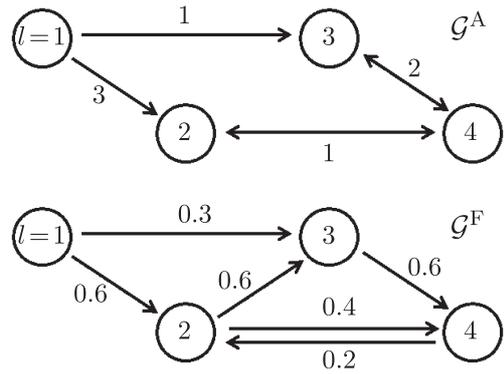


Fig. 2 Graphs  $\mathcal{G}^A$  and  $\mathcal{G}^F$  used in Section 4

$\mathcal{G}^A$  の重み  $\{w_{ij}^A\}$  を小さく設定すれば、(25)式より、 $\kappa$  を大にできるが、同時に  $\lambda_{\min}(\bar{L}^A)$  が小となる。これはパラメータ更新則(12)のステップサイズについてのトレードオフの存在を示す。つぎに、漸近安定な行列  $\bar{A}$  の固有値の絶対値の最大値を  $\alpha$  とすると、 $\varepsilon$  に関する制約は(17)式から  $(1+\varepsilon)\alpha^2 < 1$  である。 $\alpha$  が 1 に近いと  $\varepsilon$  が 0 に近くなり、 $1/\varepsilon$  が大になるので好ましくない。したがって、 $\alpha$  が十分小となるように  $F$  および  $L^F$  を定めるべきである。このことからまた、 $A_l$  が漸近安定であっても固有値の絶対値が大きい場合には相対値によるフィードバックを行なうことが効果的であるといえる。

定理 1 は、 $n_1 = n$ 、 $A_l$  が漸近安定、 $F = 0$  (相対値のフィードバックを用いない)、 $\forall (i,j) \in \mathcal{E}^A$  に対して  $w_{ij}^A = 1$  の場合として文献 14) の主結果を含む。

## 4. 数値例

本章では主結果の応用としてビークルフォーメーション制御の数値例を示す。2.2 節の例と同様に、直線上を運動するビークルエージェントが定められた相対位置を保つことを制御目標とする。エージェント数は  $N = 4$  とした。エージェント  $i$  の位置を  $q_i(k)$ 、速度を  $p_i(k)$  とし、フォーメーション内の目標位置  $h_i$  を  $i = 1, 2, 3, 4$  に対して  $0, -5, -10, -15$  とした。各エージェントの入力から速度  $p_i(k)$  までのダイナミクスは

$$p_i(k+1) = -a_{1,i} p_i(k) - a_{2,i} p_i(k-1) + u_i(k) \quad (45)$$

で与えられるとした。ただしリーダーにおいては上式で  $u_i$  の代わりに  $r$  とする。パラメータ  $a_{1,i}, a_{2,i}$  はリーダー  $i = 1$  についてのみ既知であるとし、またリーダーにおいて上式は安定であるとする。各エージェントの状態を  $x_i(k) = [q_i(k) - h_i, p_i(k-1), p_i(k)]^T$  とすると、このフォーメーション制御問題は本論文のリーダー追従問題(7)に帰着され、(1)、(2)式における  $A, B$  行列は

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_{2,i} & -a_{1,i} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

で与えられる。リーダーの速度は有界となるのでこの MAS は

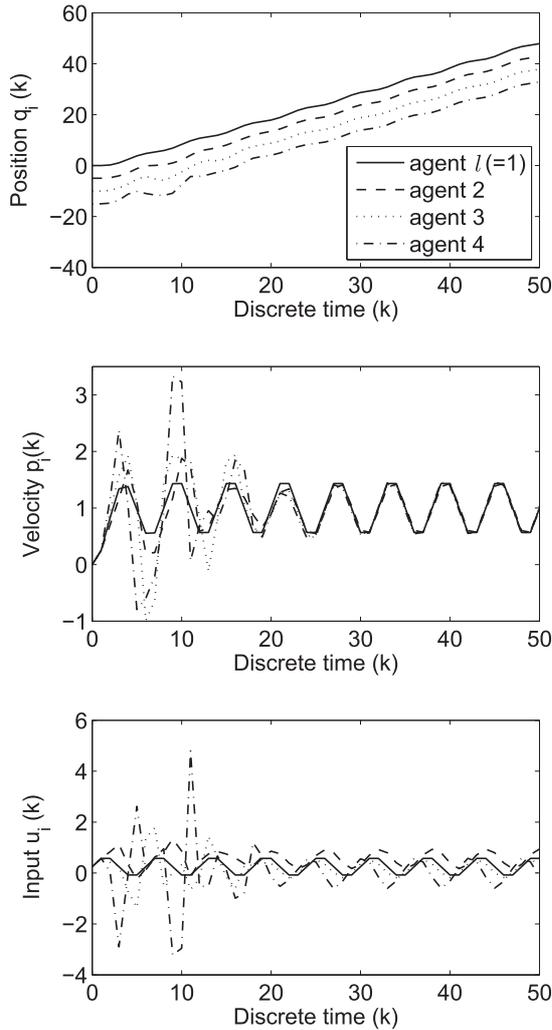


Fig. 3 State trajectories and control signals vs. time

$n_1 = 2$  について仮定 1 を満たす.

シミュレーションでは  $A_i$  の 1 以外の極が  $i = 1, 2, 3, 4$  に対してそれぞれ  $(0.5, 0.5)$ ,  $(0.2, 0.3)$ ,  $(0.7 + 0.3j, 0.7 - 0.3j)$ ,  $(1.1, 1.2)$  となるようにパラメータを定めた. 参照入力は  $r(k) = 0.25 + 0.375 \sin(2\pi k/6)$  と定めた. このときリーダーの速度の定常応答は  $1 + 0.5 \sin(2\pi(k-2)/6)$  となる. グラフ  $G^A, G^F$  は Fig. 2 のように定めた. そのラプラシアンは

$$L^A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, L^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.6 & 0.8 & 0 & -0.2 \\ -0.3 & -0.6 & 0.9 & 0 \\ 0 & -0.4 & -0.6 & 1.0 \end{bmatrix}$$

となる. また,  $F = [-0.3830, 0.2133, -1.1926]$  と定めた. このとき, 条件 2 で考慮する固有値の絶対値の最大値は 0.5692 となり, 条件 2 は満たされる. 適応制御器の更新則 (12) のパラメータは  $c = 1, Q_i = 1.8/W_i^A$  と定めた. 初期値  $x_i(0)$  はすべて 0 ベクトル, すなわちフォーメーションを保って静止しているとした. また  $i \in \mathcal{V}_f$  に対し  $\tilde{K}_i(0) = [0 \ 0]$  とした.

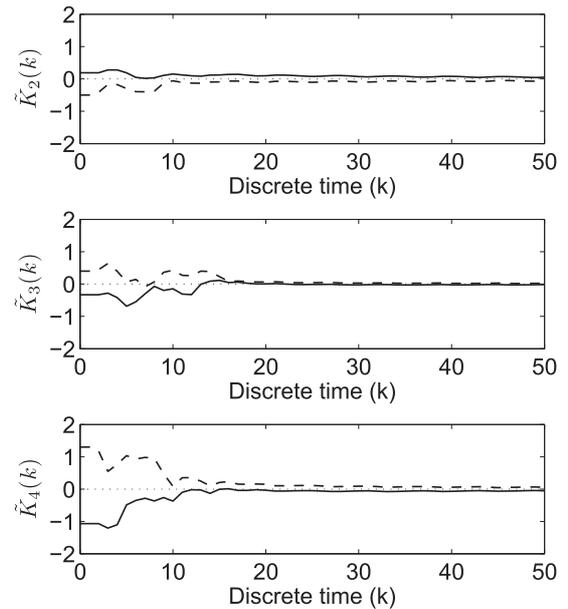


Fig. 4 Gain errors  $\tilde{K}_i$  vs. time. The first components are shown by solid lines, and the second ones by dashed lines

各エージェントの位置, 速度, および入力は Fig. 3 のようになった. また, 適応制御器のゲインの誤差  $\tilde{K}_i$  は Fig. 4 のようになった. Fig. 3 より  $k = 20$  程度でエージェントの位置はフォーメーション内の目標位置に収束し, また速度のリーダーへの追従が達成されていることがわかる. 一方, 入力は時間が経過しても一致しない. これはパラメータ  $K_i$  がエージェントによって異なるからである. 位置の絶対値は時刻と共に非有界に発展するが, エージェント間の相対値は有界に保たれており, 入力も有界であることに注意されたい. Fig. 4 より, この例においては  $\tilde{K}_i(k)$  も  $k = 20$  程度で 0 に収束していることがわかる.

## 5. おわりに

本論文では, 均一でない未知のダイナミクスを有する離散時間マルチエージェント系の, リーダ追従のための協調適応制御手法を提案した. 本手法は著者らの文献 (14) の手法を拡張し, エージェントのダイナミクスを規範モデルであるリーダーに近付ける適応制御器と, 状態の相対値を用いたフィードバック制御器を併用するものである. これにより, リーダが漸近安定でない問題も扱うことが可能になり, また, より高性能なリーダー追従が可能となった. 特に, ビークルフォーメーションの問題を一般化した, あるクラスの問題に着目し, 状態の一部が非有界である場合にも, ダイナミクスの一部が既知で均一であれば, 状態のリーダー追従が達成されることを示した. また, 制御入力, およびそれを決定するための測定, 演算の対象となる信号はすべて有界に保たれること, 状態の誤差とパラメータ誤差からなる系が Lyapunov 安定であることを示した.

連続時間マルチエージェント系の協調適応制御系<sup>9), 12)</sup> に

においても、エージェント間の相対値を用いたフィードバック制御を併用する拡張により、制御性能の向上が期待され、また、モデルが安定でない場合の問題も扱えるようになる。著者らは現在、この拡張について研究を行なっている。

謝辞 本研究の一部は、総合科学技術会議により制度設計された最先端研究開発支援プログラム (FIRST 合原最先端数理モデルプロジェクト) により、日本学術振興会を通して助成されたものです。また、文部科学省科学研究費補助金 (若手研究 (B) No. 23760385) による支援を受けました。

#### 参 考 文 献

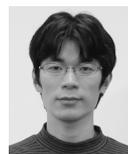
- 1) T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen and O. Shochet: Novel type of phase transition in a system of self-driven particles, *Physical Review Letters*, **75**-6, 1226/1229 (1995)
- 2) A. Jadbabaie, J. Lin and A. Morse: Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**-6, 988/1001 (2003)
- 3) J. Fax and R. Murray: Information flow and cooperative control of vehicle formations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **49**-9, 1465/1476 (2004)
- 4) W. Ren and R. Beard: Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **50**-5, 655/661 (2005)
- 5) R. Olfati-Saber, J. Fax and R. Murray: Consensus and cooperation in networked multi-agent systems, *Proceedings of the IEEE*, **95**-1, 215/233 (2007)
- 6) 早川, 藤田: マルチエージェントシステムとビークルフォーメーション, 計測と制御, **46**-11, 823/828 (2007)
- 7) S. Hara, T. Hayakawa and H. Sugata: LTI systems with generalized frequency variables: A unified framework for homogeneous multi-agent dynamical systems, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, **2**-5, 299/306 (2009)
- 8) P. Wieland, R. Sepulchre and F. Allgöwer: An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization, *Automatica*, **47**, 1068/1074 (2011)
- 9) 貝塚, 津村: 分散適応制御による出力合意形成, 第10回計測自動制御学会制御部門大会予稿集 (2010)
- 10) K. Narendra and A. Annaswamy: *Stable Adaptive Systems*, Prentice-Hall (1989)
- 11) K. Astrom and B. Wittenmark: *Adaptive Control*, Second Edition, Addison-Wesley (1995)
- 12) K. Sumizaki, L. Liu and S. Hara: Adaptive consensus on a class of nonlinear multi-agent dynamical systems, *Proceedings of SICE Annual Conference 2010*, 1141/1145 (2010)
- 13) 宮里義彦: モデル規範形適応フォーメーション制御, 第39回制御理論シンポジウム, 279/284 (2010)
- 14) T. Okajima, K. Tsumura, T. Hayakawa and H. Ishii: Adaptive consensus of discrete-time heterogeneous multi-agent systems, *Proceedings of SICE Annual Conference 2011*, 2237/2242 (2011)
- 15) R. Johansson: Global Lyapunov stability and exponential convergence of direct adaptive control, *International Journal of Control*, **50**-3, 859/869 (1989)
- 16) I. Kanellakopoulos: A discrete-time adaptive nonlinear system, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **39**-11, 2362/2365 (1994)
- 17) T. Hayakawa, W. Haddad and A. Leonessa: A Lyapunov-based adaptive control framework for discrete-time non-

linear systems with exogenous disturbances, *International Journal of Control*, **77**-3, 250/263 (2004)

- 18) H. Bai, M. Arcak and J.T. Wen: Adaptive design for reference velocity recovery in motion coordination, *Systems & Control Letters*, **57**-8, 602/610 (2008)
- 19) H. Bai, M. Arcak and J.T. Wen: Adaptive motion coordination: Using relative velocity feedback to track a reference velocity, *Automatica*, **45**-4, 1020/1025 (2009)
- 20) Z.K. Li, Z.S. Duan, G.R. Chen: Consensus of discrete-time linear multi-agent systems with observer-type protocols, arXiv:1102.5599v2 (2011)

#### [著 者 紹 介]

##### 岡 嶋 崇 (学生会員)



2004年東京大学工学部計数工学科卒業, 2006年同大学院情報理工学研究科システム情報学専攻修士課程修了, 同年同大学院情報理工学研究科システム情報学専攻博士課程進学, 現在に至る。マルチエージェント系の適応制御の研究に従事。

##### 津 村 幸 治 (正会員)



1992年東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻博士課程修了。同年千葉大学情報工学科助手。96年同講師。98年東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻講師。2000年同助教授, 現在に至る。博士(工学)。制御理論, システム同定, システム解析などの研究に従事。システム/制御/情報学会, IEEEなどの会員。

##### 早 川 朋 久 (正会員)



1997年京都大学工学部航空工学科卒業。2003年ジョージア工科大学博士課程修了(航空宇宙工学)。京都大学21世紀COE研究員, 科学技術振興機構CREST研究員を経て, 2006年東京工業大学情報理工学研究科准教授(助教授)。現在に至る。ダイナミカルシステム・制御理論の研究に従事。Ph.D. IEEE, AIAAなどの会員。

##### 石 井 秀 明 (正会員)



2002年トロント大学電気工学科博士課程修了。2001年イリノイ大学アーバナ・シャンペーン校Coordinated Science研究所ポスドク研究員。2004年東京大学大学院情報理工学系研究科システム情報学専攻助手。2007年東京工業大学大学院総合理工学研究科知能システム科学専攻准教授となり, 現在に至る。Ph.D. ネットワークを介した制御系, マルチエージェント系の協調制御, ハイブリッド制御, 確率的アルゴリズムなどの研究に従事。システム/制御/情報学会, 電子情報通信学会, IEEEの会員。